

In the above derivation of the quasilinear equation (16), collisions play a key role by enabling the ion distribution function to relax with respect to the gyrophase and over the magnetic surface during a time much shorter than the quasilinear relaxation time.

The fundamental equations (15) and (16) derived above are also valid for tokamaks with a noncircular cross section. In this case,  $r$  is the magnetic surface and  $\theta$  is the poloidal angle, measured along the magnetic surface in the plane  $\zeta = \text{const}$  and defined by  $ds = qRd\theta$ , where  $ds$  is the arc length along a magnetic line of force.

- <sup>1</sup>S. V. Kasilov, A. I. Pyatak, and K. N. Stepanov, in: Proc. and Contrib. Papers 7th Int. Conf. Plasma Phys., Kiev, Pt. 3 (1987), p. 160.
- <sup>2</sup>T. D. Kaladze, A. I. Pyatak, and K. N. Stepanov, Ukr. Fiz. Zh. 28, 995 (1983).
- <sup>3</sup>T. D. Kaladze, A. I. Pyatak, and K. N. Stepanov, Fiz. Plazmy 2, 986 (1986) [Sov. J. Plasma Phys. 2, 539 (1981)].
- <sup>4</sup>T. D. Kaladze, A. I. Pyatak, and K. N. Stepanov, in: 4th Int. Symp. on Heating in Toroidal Plasmas, Rome, Vol. 1 (1984), p. 476.

- <sup>5</sup>S. V. Kasilov, A. V. Longinov, S. S. Pavlov, et al., in: Proc. 12th Int. Conf. on Plasma Phys. and Controlled Nucl. Fus. Res., Nice, Vol. 1 (1988), p. 707.
- <sup>6</sup>S. V. Kasilov, A. I. Pyatak, and K. N. Stepanov, in: Suppl. to Proc. 12th Europ. Conf. on Controlled Nucl. Fusion and Plasma Phys., Budapest, Pt. 1 (1985), p. 60.
- <sup>7</sup>J. Rowlands, V. L. Sizonenko, and K. N. Stepanov, Zh. Eksp. Teor. Fiz. 50, 994 (1966) [Sov. Phys. JETP 23, 661 (1966)].
- <sup>8</sup>C. F. Kennel and F. Engelmann, Phys. Fluids 9, 2377 (1966).
- <sup>9</sup>T. H. Stix, Nucl. Fusion 15, 737 (1975).
- <sup>10</sup>T. H. Stix, in: Course and Workshop on Appl. of RF-Waves to Tokamaks, Perugia: Monotypia Franci, Vol. 1 (1985), p. 1.
- <sup>11</sup>D. L. Gekov, M. D. Carter, and A. I. Pyatak, Fiz. Plazmy 15, 1143 (1989) [Sov. J. Plasma Phys. 15, 661 (1989)].
- <sup>12</sup>G. D. Kerbel and M. G. McCoy, Phys. Fluids 28, 3629 (1985).
- <sup>13</sup>S. V. Kasilov, A. I. Pyatak, and K. Stepanov, Plasma Electronics [in Russian], Naukova Dumka, Kiev (1989), p. 179.
- <sup>14</sup>A. V. Timofeev and G. N. Chulkov, Fiz. Plazmy 5, 1271 (1979) [Sov. J. Plasma Phys. 5, 712 (1979)].
- <sup>15</sup>N. J. Fisch, Nucl. Fusion 21, 15 (1981).
- <sup>16</sup>A. I. Akhiezer, I. A. Akhiezer, R. V. Polovin, et al., Plasma Electrodynamics, Pergamon, Oxford (1975).

Translated by A. Mason

## Drift wave vortices and turbulent transport

W. Horton, X. N. Su, and P. J. Morrison

Institute for Fusion Studies, The University of Texas at Austin, Austin, Texas 78712

(Submitted January 8, 1990)

Fiz. Plazmy 16, 969–977 (August 1990)

The coalescence and scattering properties of monopolar and dipolar drift wave-Rossby wave vortices are used to formulate a turbulence theory with coherent structures and non-Gaussian statistics. The plasma transport arises from both the vortex-vortex interactions and the wave turbulence. The condition for a fluctuation to form a vortex is given by a trapping condition, and the vortex formed is shown to be less sensitive to background inhomogeneities than the linear fluctuations.

Low-frequency convective structures in magnetized plasmas arise from the driving forces of density and temperature gradients (drift waves), and perpendicular electric fields (Kelvin-Helmholtz and the current convective instability). Due to the dominance of the  $\mathbf{v}_E = \mathbf{E} \times \mathbf{B}/B^2$  convective nonlinearity the system reduces to one, two or three p.d.e.'s with the Poisson bracket or vector nonlinearity,

$$[\Phi, f] = \hat{\mathbf{z}} \cdot \nabla \Phi \times \nabla f \quad (1)$$

where  $\mathbf{E} = -\nabla\phi$  and  $f$  is the density, pressure, or charge density-vorticity ( $\nabla^2\phi$ ). Many examples of these reduced plasma equations with their derivations and vortex solutions are now in the literature.

Slow motions (quasigeostrophic motions) in shallow, rotating fluids are dominated by the same convective nonlinearity (1) with the horizontal flow velocity  $\mathbf{v}_1 = g\hat{\mathbf{z}} \times \nabla h/f$ , where  $f = 2\Omega \sin\theta$  and  $H = H_0 + h$  is the depth of the fluid. Rotating fluid experiments<sup>1–3</sup> and computer simulations<sup>4</sup> reveal the physical significance of the formation of vortices and their propagation, coalescence, and dissociation. These large-scale, coherent processes have a direct impact on the efficient transport of fluid or plasma properties.

### COMPOSITE WAVE-VORTEX FIELD AND THE TRAPPING CONDITION

There are two idealized regimes for the solutions of such convective p.d.e.'s: coherent vortex solutions and weakly correlated turbulent fluctuations. Computer simulations and rotating water tank experiments show that the solutions contain both components

$$\varphi = \sum_{i=1}^{N_v} \varphi_i^v(x - x_i, y - y_i - u_i t) + \sum_{\mathbf{k}} \varphi_{\mathbf{k}}^w(t) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} \quad (2)$$

where there are  $N_v$  vortices with speed  $u_i$ , radius  $r_{v_i}$ , and amplitude  $\varphi_i^v$ , and a spectrum of  $\varphi_{\mathbf{k}}^w$  unlocalized waves ( $\mathbf{k}_{\mathbf{k}=0} w = 0$ ).

The dominant feature of the vortex component in Eq. (2) is its ability to trap a disturbance which could, without the nonlinearity of Eq. (1), radiate a wake of linear waves  $\omega_k^L$ . The condition for the formation of the vortex is that the characteristic rotation frequency  $\Omega_e(\mathbf{k}) = \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_E$  in the vortex of scale  $k_1 = \pi/2R_0$ , where  $R_0$  is its radius, is faster than the characteristic time frequency for the dispersive wave propagation.

For the Rossby-drift wave equation<sup>5</sup>

$$(1 - \rho_s^2 \nabla_1^2) \frac{\partial \varphi}{\partial t} + v_d \frac{\partial \varphi}{\partial y} - [\varphi, \rho_s^2 \nabla^2 \varphi] = 0 \quad (3)$$

the condition follows upon balancing the wave dispersion from  $\nabla_1^2 \partial_t \varphi$  with the nonlinearity  $[\varphi, \nabla^2 \varphi]$ . When the characteristic frequencies

$$\omega_k = \frac{k_y v_d}{1 + k_\perp^2 \rho_s^2} \rightarrow \frac{k_y}{1 + k_\perp^2}, \quad \left[ \frac{c_s}{r_n} \right],$$

$$\Omega_E(k) = \frac{ck_x k_y \Phi_k}{B} \rightarrow k_x k_y \varphi_k, \quad \left[ \frac{c_s}{r_n} \right] \quad (4)$$

are used, the condition on the dissipationless  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  Reynolds number  $R_E$  given by

$$R_E = \frac{\Omega_E(k)}{\omega_k} \cong k_x r_n \left( \frac{e \Phi_k}{T_e} \right) = k_x \varphi_k > 1 \quad (5)$$

is necessary for the formation of a vortex of scale  $k_\perp \sim \pi/2R_0$ . For the model equation (3), condition (5) can be made exact by use of the well-known Larichev-Reznik<sup>6</sup> dipole vortex solutions. From the properties of the dipole vortices<sup>7</sup> the condition (5) becomes

$$\frac{c \Phi_m^{\text{crit}}}{B} = \left( \frac{c T_e}{e B} \right) \varphi_k^{\text{crit}} = 1.28 v_d r_0$$

in the usual plasma regime, where  $v_{de} = c T_e / e B r_n$  is the electron diamagnetic drift speed and  $r_n^{-1} = -d \ln n/dr$ .

On the other hand, simulations for a variety of systems show that condition (5) gives the transition amplitude for a qualitative change in behavior of a localized initial disturbance. Figure 1 shows

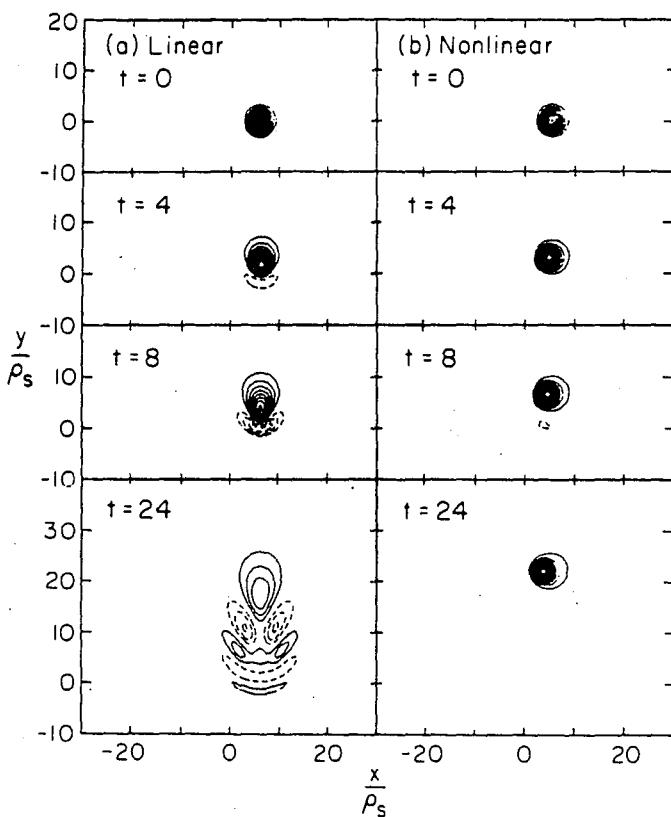


FIG. 1. Comparison of the propagation of (a) the linear and (b) the nonlinear Gaussian initial perturbation  $\varphi = A \exp(-r^2/r_0^2)$  for  $r_0 = 6\rho_s$ .

an example of the propagation of a single monopole of radius  $r_0 = 6\rho_s$  for the two conditions  $R_E \ll 1$  in the left column showing the rapid wave dispersion, and for  $R_E \sim 10$  in the right column showing no wave dispersion. Clearly, the trapping of the radiation wake given by  $R_E > 1$  is of fundamental physical importance.

## EFFECT OF BACKGROUND INHOMOGENEITIES

Now, in the presence of strong inhomogeneities the situation becomes more complicated. The most important inhomogeneity for drift waves is the coupling to the ion-acoustic wave by magnetic shear. Meiss and Horton<sup>7</sup> show that the trapping condition allows the vortex to reduce the shear-induced radiative damping of the drift wave. By an asymptotic matching of the exterior dipole vortex solution to the linear ion-acoustic waves it was shown in Ref. 7 that for a vortex with  $R_E > 1$  and  $r_0 < x_i$ , where  $x_i$  is the point where  $\omega = k_y u = k_\parallel(x_i)c_s$ , the radiation damping of the vortex energy  $E_s(u, A_{dp})$  is given by

$$\frac{dE_s}{dt} = -\frac{\pi L_c}{4} A_{dp}^2 \frac{r_n}{L_s} \left( 1 - \frac{v_d}{u} \right)^{-1/2} \exp \left( -\frac{2L_s}{r_n} \left| \frac{u - v_d}{v_d} \right| \right). \quad (6)$$

More recently, the problem of the electron temperature gradient  $T_e(x)$  has been reexamined. Petviashvili<sup>8</sup> shows that the inclusion of a temperature gradient  $n_e = d \ln T_e / d \ln n_e$  introduces the KdV or scalar nonlinearity  $\alpha \partial \varphi / \partial y$  with  $\alpha = n_e \rho_s / r_n \ll 1$  into Eq. (3). As we show in Fig. 2 from the work of Su et al.<sup>9</sup> the effect of this term is to change the velocities of the positive (anticyclone) and negative (cyclone) parts of the dipole vortex to

$$u = v_d + \frac{\alpha |\varphi_m|}{3\gamma} \quad (\text{anticyclonic lobe}),$$

$$u = v_d - \frac{\alpha |\varphi_m|}{3\gamma} \quad (\text{cyclonic lobe}), \quad (7)$$

which causes the dipole to split into two monopoles in time

$$\Delta t = 3\gamma r_0 / \alpha |\varphi_{dp}|, \quad \text{where } \gamma = 1.5946. \quad (8)$$

A similar result is reported by Mikhailovskaya.<sup>10</sup>

Recently, Horihata and Sato<sup>11</sup> and Lakhin et al.<sup>12</sup> point out that the full drive wave equation with temperature gradient

$$\left( \frac{1}{T(x)} - \nabla^2 \right) \frac{\partial \varphi}{\partial t} + v_d \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \alpha \varphi \frac{\partial \varphi}{\partial y} - [\varphi, \nabla^2 \varphi] = 0 \quad (9)$$

is required to preserve Ertel's theorem. Here  $T(x) = T_e(x)/T_e(x_v)$  and  $\alpha(x) = (1/T^2)(dT/dx)$ . A temperature profile  $\hat{T}(x)$  such as  $\exp(-cx)$  introduces a turning point on the low-temperature side of the vortex, which reflects the wave energy into a wake of standing drifts propagating into the high-temperature side of the vortex. A simulation showing this effect is shown in Fig. 3 for  $c = 0.05$ . The situation is similar to the shear damping problem of Meiss and Horton<sup>7</sup> and Su et al.<sup>9</sup> in that the vortex core is coupled to a radiative wake which, in the case of  $n_e = 0$ , extends only into the high-temperature side of the drift-wave vortex. Here the radiative wake is a drift wave whereas with magnetic shear the wake is an ion-acoustic wave train.

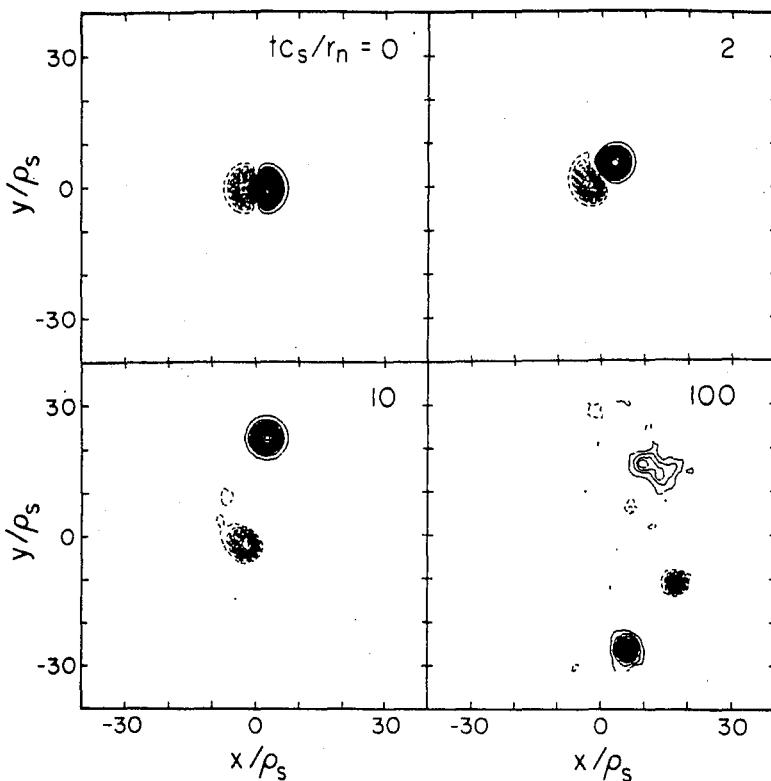


FIG. 2. Effect of a small KdV nonlinearity in splitting apart the dipole vortex solution.

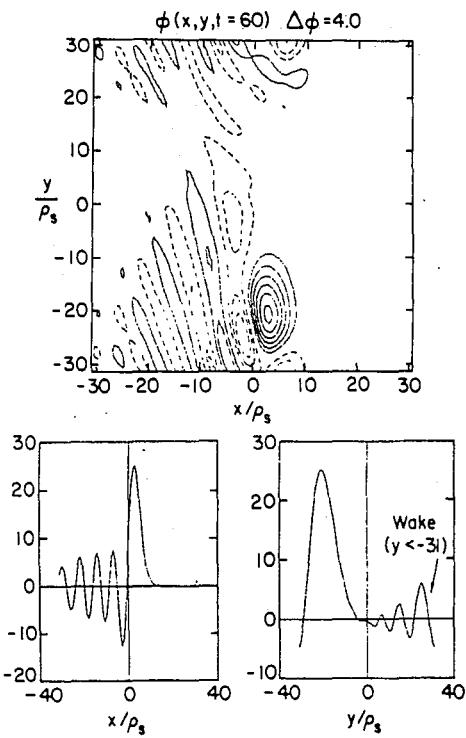


FIG. 3. Effect of background inhomogeneity from temperature gradient that produces a small KdV nonlinearity in the equation.

#### INSTABILITY, DISSIPATION, AND THE TURBULENT SPECTRUM

We now consider the case of the dissipative effects and the turbulent wave spectrum. The funda-

mental equations for both the rotating fluid and the magnetized plasma are

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla n + n \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (10)$$

and

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla U + \mathbf{v} \times \Omega \quad (11)$$

where  $U = e\phi/m$  or  $gh(x, y, t)$ . If we introduce the ordering that  $\epsilon = \omega/\Omega \sim v/L\Omega \ll 1$ , the  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  or geostrophic flow velocity is  $\mathbf{v} = \mathbf{z} \times \nabla U/\Omega$  and the inertial acceleration is given as  $\mathbf{v}_p = -\Omega^{-2}(d/dt)\nabla U$ . The rotational part of Eq. (11) with  $\omega = \nabla \times \mathbf{v}$  yields

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \right) (\Omega + \omega) &= -(\Omega + \omega)(\nabla \cdot \mathbf{v}) + (\Omega + \omega) \cdot \nabla \mathbf{v} \\ &= (\Omega + \omega) \frac{1}{n} \frac{dn}{dt} + (\Omega + \omega) \cdot \nabla \mathbf{v}. \end{aligned} \quad (12)$$

Ertel's theorem follows from (12) by taking the  $\mathbf{z} = \Omega \mathbf{z}$  component and neglecting the parallel compression  $\nabla_{||} v_{||}$  that gives coupling to ion-acoustic waves. From (12) we have

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\Omega + \omega_z}{n} \right) = 0. \quad (13)$$

where  $d_t = \partial_t + (c/B)[\phi]$ , as defined in Eq. (1). Using  $\omega_z = (c/B)\nabla^2\phi$ ,  $\Omega = eB/mc$  and

$$n = N(x) \exp(e\Phi/T_e(x)) \quad (14)$$

one easily recovers the model equations (3) and (9). We introduce the dispersion scale  $\rho_S = c^2 m_i T_e(x_s)/e^2 B^2$  at the temperature local to the vortex and write  $\Omega + \omega_z = \Omega(1 + \rho_S^2 \nabla^2)$  with  $\phi = e\Phi/T_e(x_s)$ . Due to Eq. (13), the dissipationless system possesses

an infinite number of integral invariants which raises the question of integrability. Zakharov and Schulman<sup>13</sup> show that additional constraints on the linear wave spectrum  $\omega_k^l$  are required for integrability; we conclude that the drift wave system is nonintegrable.

The stationary solutions of Eq. (13) with  $\phi(x, y - ut)$  satisfy

$$[\varphi - ux, \nabla_{\perp}^2 \varphi - \varphi + v_d x] = 0 \quad (15)$$

found by expanding Eq. (14) as  $n(x, y, t) = N(1 + \phi - v_d(x))$  om Eq/ (13).

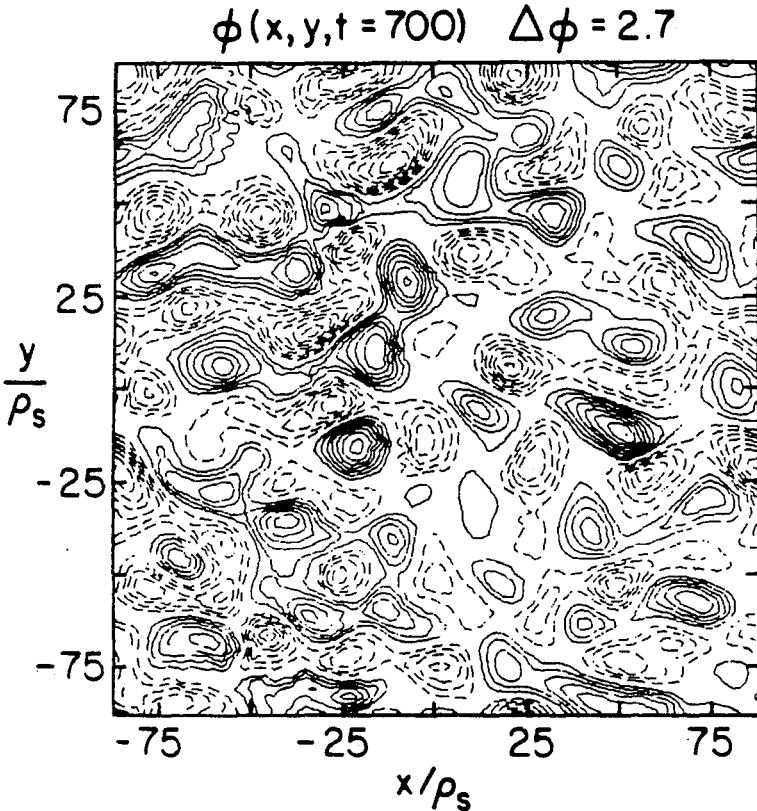
Now in the actual plasma the electrons suffer dissipation either through collisions or through Landau resonances. Taking the electron dissipation into account<sup>14</sup> modifies both the linear and nonlinear parts of the drift wave system. We write

$$\tilde{n}_e = \frac{eN}{T_e} \left( \Phi + \delta_0(c_1 + \nabla^2) \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) = N(1 + \mathcal{L}^{ah})\varphi \quad (16)$$

where  $\mathcal{L}^{ah}$  is the anti-Hermitian operator of strength  $\delta_0$ . Using Eq. (16) in Eq. (13), we obtain the following dissipative drift wave equation:

$$\begin{aligned} & \mathcal{L} \frac{\partial \varphi(x, y, t)}{\partial t} + v_d \frac{\partial \varphi}{\partial y} \\ & + \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} (\mathcal{L}\varphi) - \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} (\mathcal{L}\varphi) \right] + \nu \nabla^4 \varphi = 0, \end{aligned} \quad (17)$$

where  $\mathcal{L} = 1 - \nu^2 + \mathcal{L}^{ah}$  and  $\nu$  is the ion-ion collisional viscosity. Balancing the wave growth  $\gamma_k = -\omega_* \mathcal{L}^{ah}(\mathbf{k}) = k_y^2 \delta_0 (k_x^2 - c_1)$  with the nonlinearity shows that the amplitudes first increase with  $\delta_0$  but then saturate near the mixing length level as  $\delta_0$  becomes larger. Figure 4 shows the turbulent steady



state for  $\delta_0 = 1/4$ ,  $c_1 = -1/4$ , and  $\nu = 0.15$ . These vortices have rotation rates  $\Omega_e(\mathbf{k})$  greater than the linear wave frequencies  $\omega_k$ , and thus they behave as a gas of vortices rather than as linear, dispersive waves. The dissipative Reynolds number  $Ren = \tilde{v}_{EL}/\nu \approx (2)(176)/0.15 = 2.3 \cdot 10^3$ , the kurtosis is  $\langle \phi^4 \rangle / \langle \phi^2 \rangle^2 \approx 6$ , and the skewness is near zero. The dissipationless  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  Reynolds number Eq. (5) is  $R_E = 2$ .

Negative  $c_1$  represents the dissipative trapped electron mode which is a prime candidate for the turbulence measure in tokamaks. For these  $\delta_0$ ,  $c_1$ ,  $\nu$  parameter values,  $\gamma_{max} = 0.0163$  at  $\mathbf{k} = (0, 0.71)$  and  $\gamma_{min} = -0.472$  at  $\mathbf{k} = (\pm 1.5, \pm 1.5)$ .

The wavenumber spectrum for Fig. 4 is shown in Fig. 5 and is seen to be similar to that of the drift wave vortex gas considered by Meiss and Horton.<sup>7,15</sup> The normalization in Fig. 5 is that the total energy is  $E = \sum k_x E(k_x) = \sum E(k_y) = 25.6$ . The  $k_x$  spectrum is monotonic decreasing while the  $k_y$  spectrum has a weak maximum well below the growth rate maximum. The enstrophy is  $U = 2.1$  and  $\bar{k} = (U/E)^{1/2} = 0.28$ .

For comparison we show the weak turbulence spectrum computed with the highly idealized model given by Novakovskii et al.<sup>16</sup> in which to the Hasegawa-Mima equation (3) is added  $\gamma(\mathbf{k})\phi_k$  with the values  $\gamma(\mathbf{k}) = 0$  for  $0.4 < |\mathbf{k}| < 0.8$  (inertial range),  $\gamma(\mathbf{k}) = +0.005$  for  $0.35 \leq |\mathbf{k}| \leq 0.4$  (generation range), and  $\gamma(\mathbf{k}) = -0.005$  elsewhere. In addition, only the range  $k_z \rho_s \leq 1$  is used and the approximation  $k_x^2 \gg k_y^2$  is made. Under these conditions, Fig. 6 shows that the spectral indices  $W(k_x, k_y) = W_0/k_x^{m_x} k_y^{m_y}$ , with  $m_x = 4.1$  and  $m_y = 1.5$  close to the theoretical results of  $m_x = 4$  and  $m_y = 3/2$ , are obtained. When we allow  $k_z \sim k_y$ , however,

FIG. 4. Stream function (electrostatic potential) in the quasi-steady turbulent state showing the mixture of coherent structures and wave fluctuations.

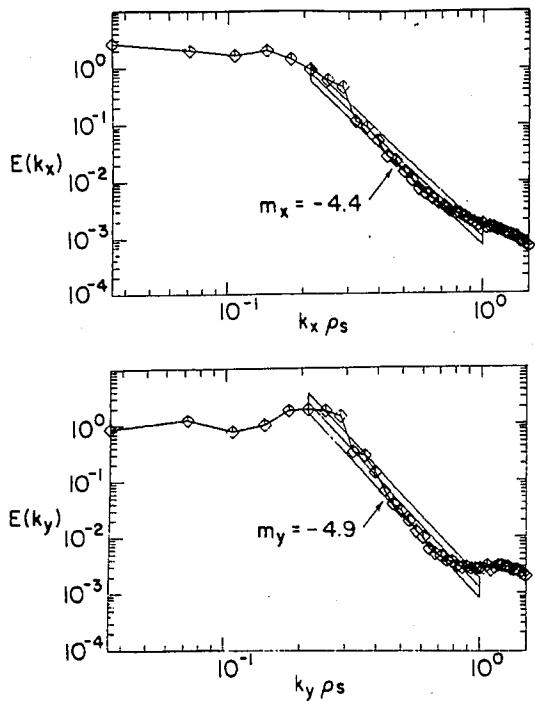


FIG. 5. One-directional energy spectra  $E(k_x)$  and  $E(k_y)$  for the turbulence in Fig. 5. The weak anisotropy, low- $k$  energy containing region and the high- $k$  inverse cascade region are shown.

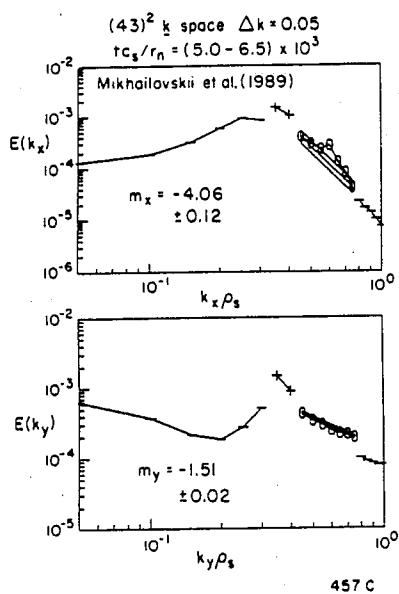


FIG. 6. One-directional energy spectra  $E(k_x)$  and  $E(k_y)$  computed following the reduced turbulence model in Ref. 16 and which contains a large anisotropy and the artificially constructed inertial ( $\gamma_k^l \equiv 0$ ) regions. The growing, damped, and neutral  $k$ -modes are shown by +, -, and 0.

we obtain  $m_x = m_y = 4$  in the same inertial range for this weak turbulence model.

#### TURBULENT TRANSPORT AND CONCLUSIONS

We are presently analyzing the transport from the drift waves as a gas of colliding vortices with number density  $n_v = N_v L_x L_y$  and packing fraction

$$f_p = \frac{N_v \pi r_0^2}{L_x L_y} = \pi n_v r_0^2 = \frac{r_0^2}{r_{ij}^2} \quad (18)$$

where  $r_{ij} = (\pi n_v)^{-1/2}$  is the average distance between the vortices. For Fig. 4 the vortex line density  $n_v = 0.002/\rho_s^2$  and the packing fraction is  $f_p = 0.2-0.3$ . Treating the vortices as independent except during collisions where they move across the magnetic field with a step on the order of  $\Delta x \sim r_0$ , and as statistically independent of the wave fluctuation component, we arrive at the diffusion coefficient<sup>4</sup>

$$D_p = f_p^2 \frac{r_0}{\rho_s} \frac{cT_e}{eB} + \alpha \frac{\bar{\lambda}_x}{\rho_s} \frac{cT_e}{eB}, \quad (19)$$

where the first term in Eq. (19) arises from the vortex-vortex collisions and the second term from the turbulent wave fluctuations taken at the mixing length limit  $e\tilde{\lambda}/T_e = \alpha^{1/2}(\bar{\lambda}_x/\rho_s)$  and with spatial correlation length  $\bar{\lambda}_x$ .

For systems with  $f_p \ll 1$  and large-scale vortices  $r_0 \gg \bar{\lambda}_x$ , the vortex-vortex induced diffusion can dominate the wave transport. For small  $f_p$  the diffusion (19) reduces to the mixing length value usual for drift wave turbulence theory.

In addition to the vortex-vortex diffusion, the vortices themselves enhance the background diffusion  $D_0$  from the fundamental collisional or molecular diffusivity. The quantity  $D_0$  may also include a small-scale (such as  $\zeta p_i$  or  $c/\omega_{pe}$ ) turbulence component. Theory and simulations of the vortex enhancement<sup>17</sup> of the background diffusivity  $D_0$  gives the effect  $D_*$

$$D_* = 1.06 \left( D_0 \frac{c\Phi_v}{B} \right)^{1/2} \quad (20)$$

where  $c\Phi_v/B = (cT_e/eB)\Phi_v$  is the amplitude of the square array of vortices given by  $\Phi_v \sin(k_x x) \cos(k_y y)$ . The enhancement arises from the fast diffusion across the steep boundary layer gradient that arises when  $\Omega_e(\mathbf{k}) \gg k_\perp^2 D_0$ . The fast rotation  $\Omega_e(\mathbf{k})$  keeps the system well mixed within each vortex or convective cell.

Thus, we find that the vortex contributions to the anomalous transport process, typically neglected in the analysis of magnetic fusion systems, should be considered as potentially effective transport mechanism. The role of vortices in producing transport is clearly recognized in the corresponding atmospheric and oceanographic systems.

#### ACKNOWLEDGMENTS

The author gratefully acknowledges the help of Lee Leonard in carrying out the numerical simulations. The work was supported by the U. S. Department of Energy contract No. DE-FG05-80ET-53088.

<sup>1</sup>R. A. Antonova, B. P. Zhvaniya, D. G. Lominadze, D. I. Nanashvili, and V. I. Petviashvili, Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. 37, 545 (1983) [JETP Lett. 37, 651 (1983)].

<sup>2</sup>M. V. Nezlin, Usp. Fiz. Nauk 150, 3 (1986) [Sov. Phys. Usp. 29, 807 (1986)].

<sup>3</sup>H. L. Swinney, J. Sommerica, and S. D. Mevers, Nature (London) 331, 216 (1988).

<sup>4</sup>W. Horton, Phys. Fluids B 1, 524 (1989).

<sup>5</sup>A. Hasegawa and K. Mima, Phys. Rev. Lett. 39, 1117 (1977); Phys. Fluids 21, 87 (1978).

<sup>6</sup>V. D. Larichev and G. M. Reznik, Oceanology 28, 1141 (1988).

<sup>7</sup>J. D. Meiss, and W. Horton, Phys. Fluids 30, 930 (1987).

<sup>8</sup>V. I. Petviashvili, Fiz. Plazmy 3, 270 (1977) [ Sov. J. Plasma Phys. 3, 150 (1977)].

- <sup>9</sup>X. Su, W. Horton, P. J. Morrison, and V. P. Pavlenko, "Effect of scalar non-linearity on the dipole vortex solution," IFSR No. 328 (1988) (unpublished report); also "A model for the effects of temperature gradients and magnetic shear on the drift wave monopole solutions," in Proceedings of Workshop of U.S.-Japan Joint Institute for Fusion Theory Program "Structures in Confined Plasmas," Nagoya, March 1990.
- <sup>10</sup>L. A. Mikhailovskaya, *Fiz. Plazmy* 12, 879 (1986) [Sov. J. Plasma Phys. 12, 507 (1986)].
- <sup>11</sup>S. Horihata and M. Sato, *J. Phys. Soc. Jpn.* 56, 2611 (1987).
- <sup>12</sup>V. P. Lakhin, A. B. Mikhailovskii, and O. G. Onishchenko, *Phys. Lett. A* 119, 348 (1987); *Plasma Phys. Controlled Fusion* 30, 457 (1988).
- <sup>13</sup>V. E. Zakharov and E. I. Schulman, *Physics D* 29, 283 (1988).
- <sup>14</sup>W. Horton, *Phys. Fluids* 29, 1491 (1986).
- <sup>15</sup>J. D. Meiss and W. Horton, *Phys. Rev. Lett.* 48, 1362 (1982); *Phys. Fluids* 25, 1838 (1982).
- <sup>16</sup>S. V. Novakovskii, A. B. Mikhailovskii, and D. G. Onishchenko, *Phys. Letts.* A132, 33 (1988).
- <sup>17</sup>M. N. Rosenbluth, H. L. Berk, I. Doxas, and W. Horton, *Phys. Fluids* 30, 2636 (1987).

УДК 533.951

© 1990 г.

ХОРТОН В., СУ Х. И., МОРРИСОН Ф. ДЖ.

## ВИХРИ ДРЕЙФОВЫХ ВОЛН И ТУРБУЛЕНТНЫЙ ПЕРЕНОС

На основе свойств слияния и рассеяния монопольных и дипольных вихрей, состоящих из дрейфовых волн Россби, развита теория турбулентности когерентных структур с негауссовой статистикой. Перенос в плазме возникает как вследствие взаимодействия вихрей, так и благодаря турбулентности волн. Образование вихря из флуктуаций требует выполнения условий захвата. Показано, что образовавшийся вихрь менее чувствителен к фоновой неоднородности, чем линейные флуктуации.

Низкочастотные конвективные структуры в замагниченной плазме возникают благодаря градиентам плотности и температуры (дрейфовые волны), а также поперечным электрическим полям (неустойчивость Кельвина — Гельмгольца и тококонвективная неустойчивость). Поскольку в подобных случаях главной является конвективная нелинейность, связанная с дрейфовой скоростью  $V_B = c [E, B] / B^2$ , то система сводится к одному, двум или трем уравнениям в частных производных, содержащим скобки Пуассона или векторную нелинейность:

$$[\Phi, f] = \mathbf{e}_z [\nabla \Phi, \nabla f], \quad (1)$$

где  $E = -\nabla \Phi$ , а  $f$  представляет собой плотность, давление или плотность заряда  $(\nabla^2 \Phi)$ <sup>1</sup>. Вывод и вихревые решения этих упрощенных уравнений, описывающих плазму, неоднократно обсуждались в литературе. Конвективная нелинейность (1) доминирует также в медленных (квазигеострофических) движениях мелкой жидкости с горизонтальной скоростью  $V_d = -g [\mathbf{e}_z, \nabla h]/f$ , где  $f = 2\Omega \sin \theta$ . При этом глубина жидкости равна  $H = H_0 + h$ . Из экспериментов с вращающейся жидкостью [1–3] и численного моделирования [4] видно, что наблюдаемая физическая картина во многом определяется образованием вихрей, их распространением, слиянием и распадом. Эти крупномасштабные когерентные движения непосредственно влияют на процессы переноса в жидкости и плазме.

Среди решений подобных уравнений можно выделить два предельных случая: регулярный вихрь и слабокоррелированные турбулентные флуктуации. Из экспериментов с вращающейся водой и численного моделирования следует, что общее решение содержит обе эти компоненты:

$$\varphi = \sum_{i=1}^{N_V} \varphi_i^v(x-x_i; y-y_i-u_i t) + \sum_h \varphi_h^w(t) \exp(ikx), \quad (2)$$

где  $N_V$  — число вихрей со скоростями  $u_i$ , радиусами  $r_{Vi}$  и амплитудами  $\varphi_i^v$ , а  $\varphi_h^w$  — спектр нелокализованных волн ( $\varphi_{k=0}^w = 0$ ).

Основным свойством вихревой составляющей выражения (2) является возможность захвата возмущений, которые в отсутствие нелинейности (1) излучали бы след линейных волн  $\omega_k^L$ . Условие образования вихря состоит в том, что характеристическая частота вращения  $\Omega_B(k) = kV_B$  в вихре с  $k_\perp \sim \pi/2R_0$ ,

<sup>1</sup> Величину  $\nabla^2 \Phi$  называют также завихренностью.

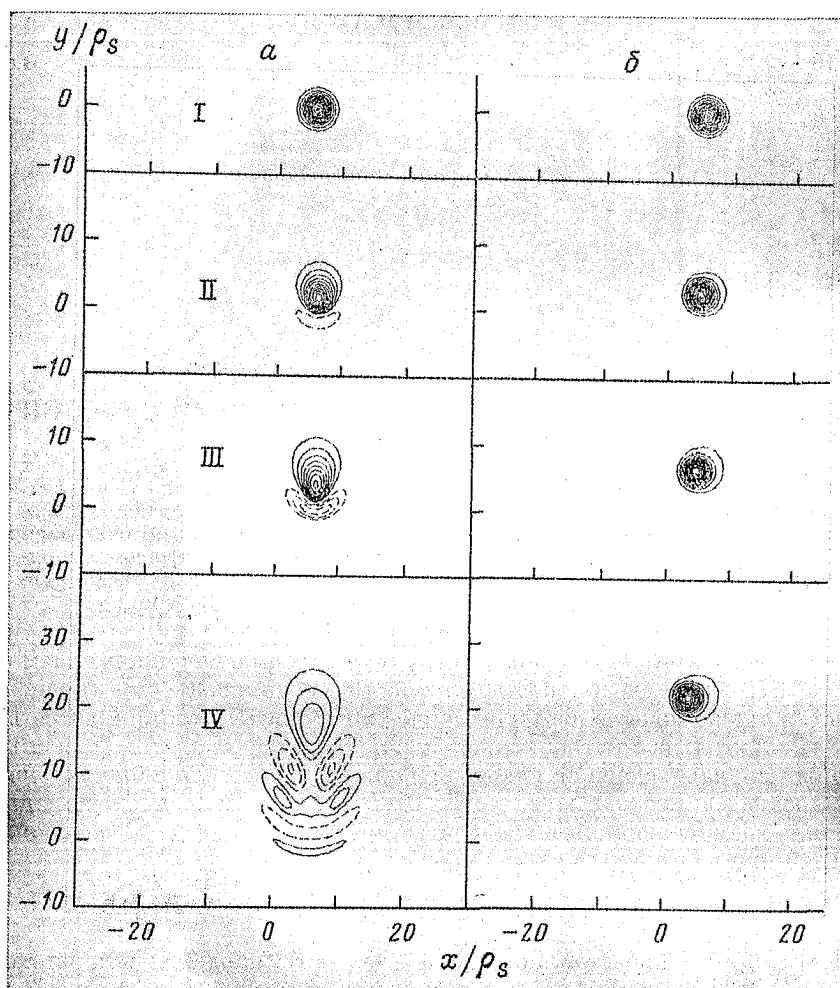


Рис. 1. Сравнение процессов распространения: *а* – линейного и *б* – нелинейного первоначально гауссового возмущения вида  $\phi = A \exp(-r^2/r_0^2)$  при  $r_0 = 6 \rho_s$ ; I –  $t = 0$ , II –  $t = 4$ , III –  $t = 8$ , IV –  $t = 24$

где  $R_0$  – радиус вихря, должна быть больше характерной частоты дисперсионного распространения волн.

Для уравнения, описывающего дрейфовые волны и волны Россби [5]

$$(1 - \rho_s^2 \nabla_{\perp}^2) \frac{\partial \Phi}{\partial t} + V_d \frac{\partial \Phi}{\partial y} - [\Phi, \rho_s^2 \nabla^2 \Phi] = 0, \quad (3)$$

условие образования вихря определяется балансом дисперсионного  $\nabla_{\perp}^2 \partial_t \Phi$  и нелинейного  $[\Phi, \nabla^2 \Phi]$  членов. Воспользовавшись выражениями для характерных частот

$$\omega_h = k_y V_d / (1 + k_{\perp}^2 \rho_s^2) \rightarrow k_y / (1 + k_{\perp}^2), \quad [c_s / r_n], \quad (4)$$

$$\Omega_e(k) = c k_x k_y \Phi_h / B \rightarrow k_x k_y \Phi_h, \quad [c_s / r_n],$$

получим, что для образования вихря с  $k_{\perp} \sim \pi / 2R_0$  бездиссипативное число Рейнольдса  $R_e \equiv \Omega_e(k) / \omega_h$  должно удовлетворять неравенству

$$R_e = k_x r_n (e \Phi / T_e) = k_x \Phi_h > 1. \quad (5)$$

Для модельного уравнения (3) и известных дипольных вихревых решений Ларичева – Резника [6] условие (5) может быть сформулировано точно. С учетом свойств дипольных вихрей в плазме [7] оно принимает вид

$$c \Phi_m^{cr} / B = (c T_e / e B) \Phi_h^{cr} = 1.28 V_d r_0,$$

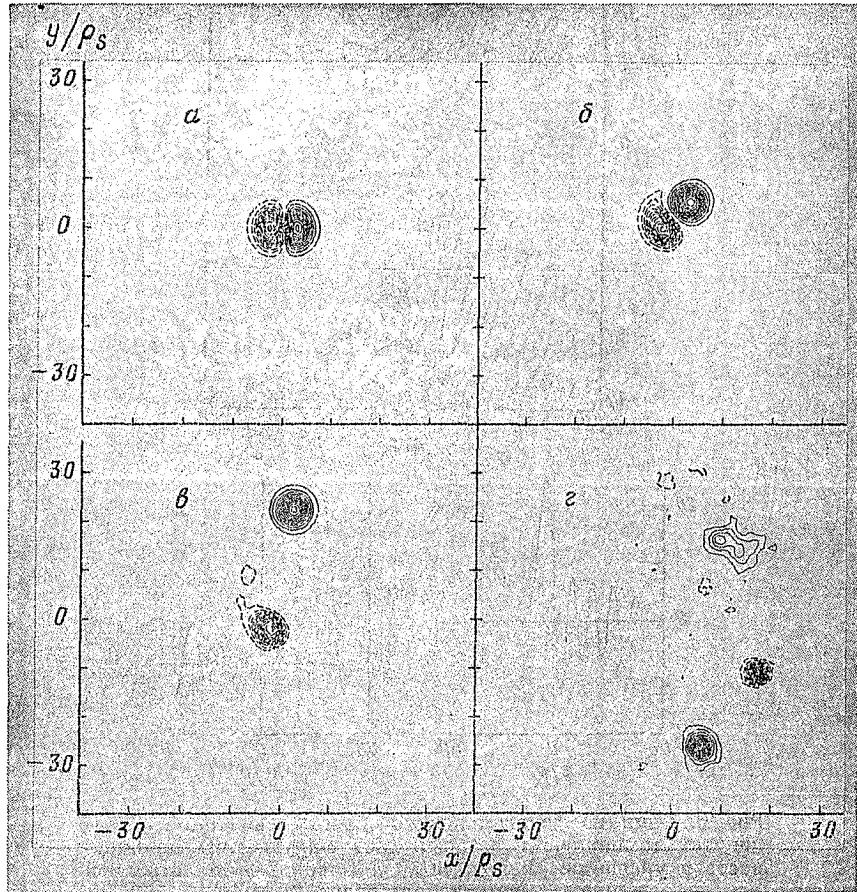


Рис. 2. Влияние малой КдВ нелинейности на распад дипольного вихря:  $a - tc_s/r_n=0$ ;  $b - 2$ ;  $c - 10$ ;  $d - 100$

где  $V_d = cT_e/eBr_n$  — скорость диамагнитного дрейфа электронов, а  $r_n = -d \ln n/dr$ .

Численное моделирование многих систем позволяет утверждать, что требование (5) определяет характерное значение амплитуды, при котором происходит качественное изменение поведения локализованного начального возмущения. На рис. 1 приведен пример уединенного монополя радиуса  $r_0 = 60$ , для двух случаев: в левой колонке ( $R_e \ll 1$ ) происходит быстрое дисперсионное дробление; в правой колонке ( $R_e \sim 10$ ) дисперсия не проявляется. Отсюда видно, что условие захвата радиационного следа ( $R_e > 1$ ) действительно играет фундаментальную роль.

В присутствии сильной неоднородности ситуация становится более сложной. Существенной неоднородностью для дрейфовых волн является магнитный шир, обеспечивающий взаимодействие дрейфовой волны с ионно-звуковой. Мейсс и Хортон [7] показали, что условие захвата позволяет вихрю уменьшить радиационное затухание, вызванное широм.

В [7] при помощи асимптотического перехода от внешнего дипольного вихревого решения к линейным ионно-звуковым волнам показано, что для вихря с  $R_e > 1$  и  $r_0 < x_i$ , где  $x_i$  определяется соотношением  $\omega = k_y u = k_{\parallel}(x_i) c_s$ , радиационное затухание энергии вихря  $E_s(u, A_{dp})$  дается выражением

$$\frac{dE_s}{dt} = -\frac{\pi L_c r_n}{4L_s} A_{dp}^2 \left(1 - \frac{V_d}{u}\right)^{-\frac{1}{2}} \exp \left[ -\frac{2L_s}{r_n} \left| \frac{u}{V_d} - 1 \right| \right]. \quad (6)$$

Несколько позже были заново исследованы вопросы, связанные с градиентом электронной температуры  $T_e(x)$ . Петвиашвили показал [8], что включение температурного градиента  $\eta_e = d \ln T_e / d \ln n_e$  вводит в уравнение (3)

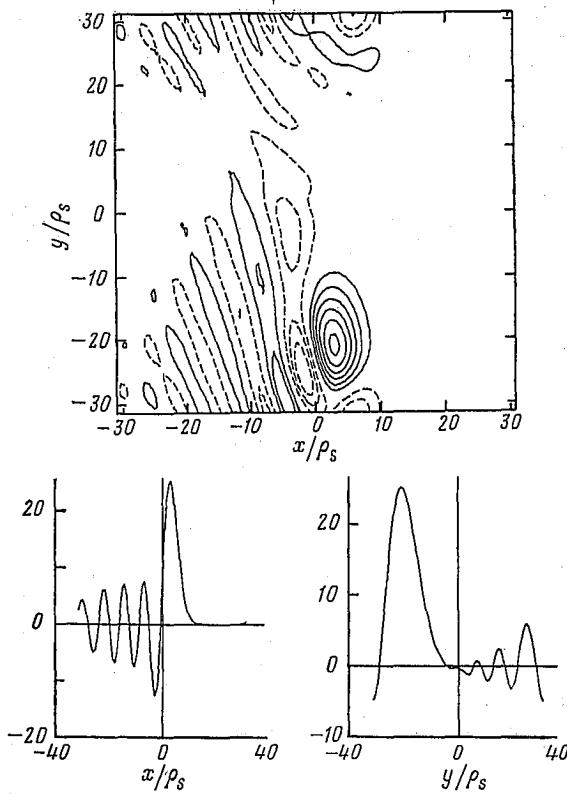


Рис. 3. Влияние фоновой неоднородности, связанной с градиентом температуры, который дает малую КдВ нелинейность в уравнении вихря;  $\Phi(x, y, t=60)$ ,  $\Delta\Phi=4$ ; стрелкой отмечена кильватерная волна ( $y < -31$ )

нелинейность типа КдВ (или скалярную нелинейность)  $\alpha\phi\partial\phi/\partial y$ ,  $\alpha = \eta_e\rho_s/r_n \ll 1$ . Рисунок 2 из [9] иллюстрирует влияние этого члена, ответственного за несовпадение скоростей положительной (антициклона) и отрицательной (циклона) составляющих дипольного вихря:

$$u = V_d + \alpha|\phi_m|/3\gamma \text{ (антициклон),} \\ u = V_d - \alpha|\phi_m|/3\gamma \text{ (циклон),} \quad (7)$$

где  $\gamma = 1,5946$ . В результате происходит расщепление диполя на два монополя за время

$$\Delta t = 3\gamma r_0/\alpha|\phi_{dp}|. \quad (8)$$

Аналогичный результат получен Михайловской [10].

В недавних работах Хорихато и Сато [11] и Лахина и др. [12] отмечено, что для сохранения теоремы Эртеля уравнение для дрейфовых волн следует записывать с учетом градиента температуры:

$$\left( \frac{1}{T(x)} - \nabla^2 \right) \frac{\partial \Phi}{\partial t} + (V_d + \alpha(x)\phi) \frac{\partial \phi}{\partial y} - [\phi, \nabla^2 \phi] = 0. \quad (9)$$

Здесь  $\tilde{T}(x) = T_e(x)/T_c(x_v)$  и  $\alpha(x) = (d\tilde{T}/dx)/\tilde{T}^2$ . Это уравнение удовлетворяет требованиям теоремы Эртеля. Температурный профиль  $\tilde{T}(x)$  экспоненциального типа,  $\exp(-cx)$ , приводит к появлению на низкотемпературной стороне вихря точки поворота, трансформирующей энергию волны в след из стоячих дрейфов, тянущихся в высокотемпературную часть вихря. Результаты численного моделирования этого эффекта при  $C=0,05$  показаны на рис. 3. Ситуация здесь такая же, как и в работах Мейсса и Хортонса [7] и Су и др. [9] о затухании, вызванном широм: ядро вихря спрессовано с радиационным следом, который при  $\eta_e=0$  тянется только в сто-

рону высокотемпературной области вихря. При этом след состоит из дрейфовых волн, в то время как в случае магнитного шара он является ионно-звуковым.

Обсудим теперь диссипативные эффекты и турбулентный спектр волн. Вращающаяся жидкость и замагниченная плазма описываются следующими уравнениями:

$$\partial n / \partial t + \operatorname{div} n \mathbf{V} = 0, \quad (10)$$

$$\partial \mathbf{V} / \partial t = -\nabla U + [\mathbf{V}, \boldsymbol{\Omega}], \quad (11)$$

где  $U \equiv (e\Phi/m$  или  $gh(x, y, t))$ . При малости параметра  $\varepsilon \equiv \omega/\Omega \sim V/L\Omega \ll 1$  геострофическая скорость, связанная с  $[E, B]$  дрейфом, представляется в виде

$$\mathbf{V} = [\mathbf{e}_z, \nabla U] / \Omega,$$

а скорость поляризационного дрейфа дается выражением

$$\mathbf{V}_p = -\Omega^{-2} d\nabla U / dt.$$

Применив операцию  $\operatorname{rot}$  к левой и правой частям уравнения (11) и обозначив  $\boldsymbol{\omega} = \operatorname{rot} \mathbf{V}$ , получим

$$\begin{aligned} (\partial / \partial t + \mathbf{V} \nabla) (\Omega + \boldsymbol{\omega}) &= -(\Omega + \boldsymbol{\omega}) \operatorname{div} \mathbf{V} + ((\Omega + \boldsymbol{\omega}) \nabla) \mathbf{V} = \\ &= (\Omega + \boldsymbol{\omega}) dn / dt + ((\Omega + \boldsymbol{\omega}) \nabla) \mathbf{V}. \end{aligned} \quad (12)$$

Теорема Эртеля следует из (12), если положить  $\Omega = \Omega \mathbf{e}_z$  и пренебречь продольной сжимаемостью  $\nabla_{||} V_{||}$ , которая дает зацепление с ионно-звуковыми волнами. При этом (12) дает

$$d((\Omega + \omega_z)/n) / dt = 0, \quad (13)$$

где, согласно (1),  $d_i = \partial_i + (c/B) [\Phi, \dots]$ . Полагая

$$\begin{aligned} \omega_z &= (c/B) \nabla^2 \Phi, \quad \Omega = eB/mc \\ \text{и } n &= N(X) \exp(e\Phi/T_e(X)), \end{aligned} \quad (14)$$

легко воспроизводим модельные уравнения (3) и (9). Введем дисперсионный масштаб  $\rho_s^2 \equiv c^2 m_i T_e(x_0) / e^2 B^2$ , где температура берется в точке нахождения вихря, и представим  $\Omega + \omega_z$  в виде  $\Omega + \omega_z = \Omega(1 + \rho_s^2 \nabla^2 \varphi)$ , где  $\varphi \equiv e\Phi / T_e(x_0)$ . В силу (13) бездиссипативная система обладает бесконечным набором интегралов движения, поэтому возникает вопрос об интегрируемости этой системы. Захаров и Шульман [13] показали, что для интегрируемости требуется наложение дополнительных условий на спектр линейных волн  $\omega_k^L$ , поэтому считаем систему, описывающую дрейфовые волны, неинтегрируемой.

Стационарные решения  $\varphi(x, y - ut)$  уравнения (13) удовлетворяют соотношению

$$[\varphi - ux, \nabla_{\perp}^2 \varphi - \varphi + V_d x] = 0, \quad (15)$$

полученному подстановкой в (13) разложения выражения (14)  $n(x, y, t) = N(1 + \varphi - V_d x)$ .

В реальной плазме электроны испытывают диссипацию благодаря столкновениям или на резонансах Ландау. Учет диссипации на электронах модифицирует как линейную, так и нелинейную составляющие системы, описывающей дрейфовые волны.

Запишем выражение для электронной плотности в виде

$$\tilde{n}_e = \frac{eN}{T_e} \left( \Phi + \delta_0 (c_i + \nabla^2) \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) = N(1 + \hat{L}_{ah}) \varphi, \quad (16)$$

где  $\hat{L}_{ah}$  — антиэрмитов оператор, связанный с действием силы  $\delta_0$ . После подстановки (16) в (13) получим следующее диссипативное уравнение для дрейфовых волн:

$$\hat{L} \frac{\partial \varphi(x, y, t)}{\partial t} + V_d \frac{\partial \varphi}{\partial y} + [\varphi, \hat{L}\varphi] + \nu \nabla^4 \varphi = 0, \quad (17)$$

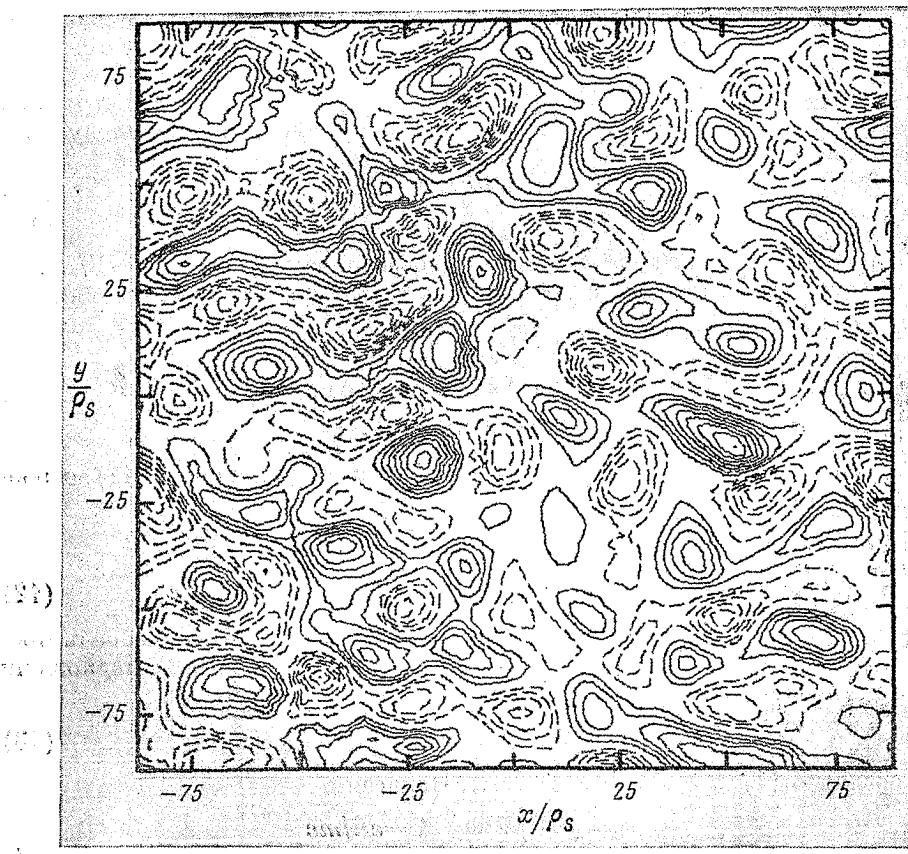


Рис. 4. Изолинии функций тока (электростатического потенциала) для квазистацического турбулентного состояния, в котором существуют когерентные структуры и волновые флуктуации,  $\Phi(x, y, t=700)$ ,  $\Delta\Phi=2,7$

где  $\hat{L}=1-\nabla^2+\hat{L}_{ah}$ , а  $\nu$  — ион-ионная столкновительная вязкость. Сравнение инкремента волн  $\gamma_k=-\omega_*\hat{L}_{ah}(k)\simeq k_y^2\delta_0(k_\perp^2-c_1)$  и нелинейных членов показывает, что вначале амплитуда растет с увеличением  $\delta_0$ , но при дальнейшем росте  $\delta_0$  наступает насыщение вблизи уровня перемешивания масштабов. На рис. 4 показана турбулентная стационарная стадия при  $\delta_0=1/4$  и  $\nu=0,15$ . Частоты вращения вихрей  $\Omega_a(k)$  здесь существенно больше частот линейных волн  $\omega_k^L$ , и, таким образом, скорее можно говорить о газе вихрей, чем о линейных диспергирующих волнах. Диссипативное число Рейнольдса  $R_{en}=V_e L/\nu=2 \cdot 176/0,15=2,3 \cdot 10^3$ , а  $\langle\varphi^4\rangle/\langle\varphi^2\rangle^2\simeq 6$  и искажается около нуля. Бездиссипативное число Рейнольдса равно  $R_e\simeq 2$ .

Отрицательный параметр  $C_1$  представляет диссипативную моду на запертых электронах, которая является основным кандидатом, ответственным за уровень турбулентности в токамаке. Для приведенных значений параметров  $\delta_0$ ,  $C_1$  и  $\nu$  имеем  $\gamma_{max}=0,0163$  при  $k=(0; 0,71)$  и  $\gamma_{min}=-0,472$  при  $k=(\pm 1,5; \pm 1,5)$ .

Спектр волновых чисел, соответствующий рис. 4, показан на рис. 5. Он похож на спектр газа вихрей дрейфовых волн Мейсса и Хортона [7, 14, 15]. Рисунок 5 соответствует нормировке, при которой полная энергия

$$E = \sum_{k_x} E(k_x) = \sum_{k_y} E(k_y) = 25,6.$$

Спектр монотонно спадает как функция  $k_x$  и имеет слабый максимум, расположенный существенно ниже максимума инкремента как функции  $k_y$ . Энтрофия равна  $U=2,1$ , а  $k=(U/E)^{1/2}=0,28$ .

Для сравнения приведем также спектр в случае слабой турбулентности, рассчитанный по сильно идеализированной модели Новаковским и др.

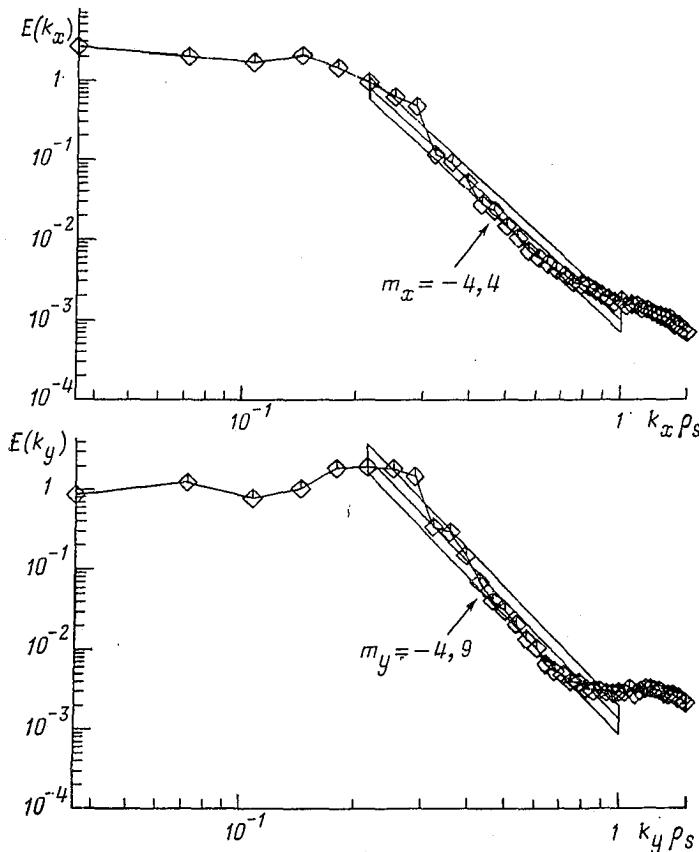


Рис. 5. Одномерные энергетические спектры  $E(k_x)$  и  $E(k_y)$  для турбулентности, показанной на рис. 4. Видны слабая анизотропия в энергосодержащей части спектра (малые  $k$ ) и обратный каскад при больших  $k$

[16]; к уравнению Хасегавы — Мими добавляется член  $\gamma(k)\phi(k)$ , причем  $\gamma(k)=0$  при  $0,4<|k|<0,8$  (инерционный интервал),  $\gamma(k)=0,005$  при  $0,35<|k|<0,4$  (интервал возбуждения волн),  $\gamma(k)=-0,005$  во всей оставшейся области. Кроме того, предполагается, что  $k_{\perp}\rho_s \leq 1$  и  $k_x^2 \gg k_y^2$ . Рисунок 6 показывает, что в этих условиях значения спектральных индексов  $m_x=4,1$  и  $m_y=1,5$  в формуле  $W(k_x, k_y) = W_0/k_x^{m_x}k_y^{m_y}$  близки к теоретическому результату, дающему  $m_x=4$ ,  $m_y=1,5$ . Если же допустить  $k_x k_y$ , то в модели слабой турбулентности в том же инерционном интервале получаем  $m_x \approx m_y \approx 4$ .

Обратимся теперь к анализу процессов переноса, рассматривая дрейфовые волны как газ сталкивающихся вихрей с концентрацией  $n_v=N_v/L_x L_y$  и плотностью упаковки

$$f_p = N_v \pi r_0^{-2} / L_x L_y = \pi r_0^{-2} n_v = r_0^{-2} / r_{ij}^{-2}, \quad (18)$$

где  $r_{ij}^{-2} = 1/(\pi n_v)^{1/2}$  определяет среднее расстояние между вихрями. На рис. 4  $n_v=0,002/\rho_s^2$ ,  $f_p=0,2-0,3$ . Предположим, что вихри и флюктуационная компонента волн статистически независимы, а также, что взаимодействие вихрей между собой происходит только во время столкновений, в процессе которых они смещаются поперек магнитного поля с характерным шагом  $\Delta x \sim r_0$ . В результате получим следующее выражение для коэффициента диффузии [4]:

$$D_p = f_p^2 \frac{r_0 c T_e}{r_m e B} + \frac{\alpha \lambda_x c T_e}{r_n e B}. \quad (19)$$

Первый член в (19) возникает благодаря столкновениям вихрей между собой; второй — за счет флюктуаций, взятых в пределе длины перемещи-

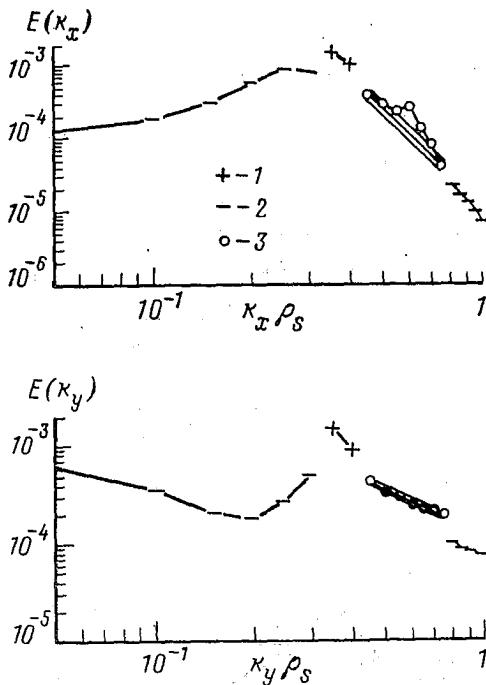


Рис. 6. Одномерные энергетические спектры  $E(k_x)$  и  $E(k_y)$ , вычисленные по предложенной в [16] модели, которая содержит большую анизотропию и искусственно введенные инерционные интервалы ( $\gamma_b=0$ ): 1 — растущие, 2 — затухающие и 3 — нейтральные  $k$ -моды;  $m_x=-4,06\pm 0,12$ ;  $m_y=-1,51\pm 0,02$ ;  $t c_s / r_n = (5,0-6,5) \cdot 10^3$

вания  $e\Phi/T_e=\alpha^{1/2}(\lambda_x/r_n)$ , где  $\lambda_x$  является пространственным корреляционным масштабом.

Для систем с  $f_p \geq 1$  и крупномасштабными вихрями ( $r_0 \gg \lambda_x$ ) диффузия, обусловленная столкновениями между вихрями, может преобладать над волновым переносом. В случае малых  $f_p$  диффузия (19) сводится к обычному для теории дрейфовой турбулентности значению длины перемешивания.

В дополнение к диффузии, обусловленной столкновениями вихрей, вихри сами по себе усиливают фоновую диффузию  $D_0$ , вызванную элементарными столкновениями. Коэффициент диффузии  $D_0$  может включать в себя мелкомасштабную (например, с  $L \sim \rho_i$  или с  $c/\omega_{pe}$ ) турбулентную компоненту. Теория и численные расчеты увеличения фоновой диффузии в присутствии вихрей [17] дают следующее выражение для эффективного коэффициента диффузии:

$$D_* = 1,06 (D_0 c \Phi_v / B)^{1/2}, \quad (20)$$

где  $c \Phi_v / B = (c T_e / e B) \Phi_v$  — амплитуда двумерного массива вихрей, задаваемого в виде  $\Phi_v \sin(k_x x) \cos k_y y$ . Увеличение достигается за счет ускоренной диффузии через пограничный слой с резким градиентом, возникающий при  $\Omega_e(k) \gg k_\perp^2 D_0$ . Быстрое вращение  $c \Omega_e(k)$  обеспечивает хорошее перемешивание внутри каждого вихря или конвективной ячейки.

Таким образом, показано, что вклад вихрей в процессы аномального переноса (обычно этим вкладом пренебрегали при анализе систем магнитного удержания) может оказаться существенным. Роль вихрей в создании переноса отчетливо видна в соответствующих атмосферных и океанических системах.

Авторы выражают благодарность Ли Леонарду за помощь в выполнении численного моделирования в этих исследованиях. Работа выполнена по контракту № DE-FG 0,5-80ET-53088 с Министерством Энергетики США.

#### Список литературы

1. Антонова Р. А., Жвания Б. П., Ломинадзе Д. Г. и др. // Письма в ЖЭТФ. 1987. Т. 37. С. 545.
2. Незлин М. В. // Успехи физ. наук. 1986. Т. 150. С. 3.
3. Swinney H. L., Sommeria J., Meyers S. D. // Nature. 1988. V. 331. P. 216.
4. Horton W. // Phys. Fluids B. 1989. V. 32. P. 524.

5. Hasegawa A., Mima K. // Phys. Rev. Lett. 1977. V. 39. P. 205; // Phys. Fluids. 1978. V. 21. P. 87.
6. Larichev V. D., Reznik G. M. // Oceanology. 1976. V. 16. P. 547.
7. Meiss J. D., Horton W. // Phys. Fluids. 1983. V. 26. P. 990.
8. Петвиашвили В. И. // Физика плазмы. 1977. Т. 3. С. 270.
9. Su X., Horton W., Morrison P. J., Pavlenko V. P. // IFSR № 328, 1988 (unpublished report); IFSR № 349, to appear in Proc. U. S. Japan Workshop, Structures in Confined Plasmas. Nagoya, March 1989.
10. Мухайловская Л. А. // Физика плазмы. 1986. Т. 12. С. 879.
11. Horihata S., Sato M. // J. Phys. Soc. Japan. 1987. V. 56. P. 2611.
12. Lakhin V. P., Mikhailovskii A. B., Onischenko O. G. // Phys. Lett. A. 1987. V. 119. P. 348; // Plasma Phys. and Control. Fusion. 1988. V. 30. P. 457.
13. Zakharov V. E., Shulman E. I. // Physica D. 1988. V. 29. P. 283.
14. Horton W. // Phys. Fluids. 1986. V. 29. P. 1491.
15. Meiss J. D., Horton W. // Phys. Rev. Lett. 1982. V. 48. P. 1362; // Phys. Fluids. 1982. V. 25. P. 1838.
16. Novakovskii S. V., Mikhailovskii A. B., Onischenko O. G. // Phys. Lett. A. 1988. V. 132. P. 33.
17. Rosenbluth M. N., Berk H. L., Doxas I., Horton W. // Phys. Fluids. 1987. V. 30. P. 2636.

Техасский университет  
США

Поступила в редакцию  
8.I.1990

Переводили Ланский И. М. и Ерохин Н. С.

УДК 533.951.2

© 1990 г.

БЕЛАВИН М. И., ЖИЛЬЦОВ В. А., КУЧЕРЯЕВ Ю. А., ЛИХТЕНШТЕЙН В. Х.,  
ПАНОВ Д. А., СКОВОРОДА А. А., ЩЕРБАКОВ А. Г.

## НЕЙТРАЛЬНАЯ ИНЖЕКЦИЯ В ЭЛЕКТРОННО-ГОРЯЧУЮ ПЛАЗМУ В УСТАНОВКЕ ОГРА-4

Экспериментальная работа посвящена исследованию создания электронно-горячей плазмы с помощью электронного циклотронного резонанса в открытой ловушке с минимумом  $B$  с последующей нейтральной инжекцией. В первом разделе обсуждается ионизационный баланс плазмы электронно-горячей мишени. Измерен ток, текущий вдоль оси ловушки, вызванный вводом СВЧ излучения с одной стороны вдоль оси. Продемонстрировано возникновение в определенных условиях кинетической неустойчивости, ограничивающей рост диполемагнитного сигнала. Во втором разделе исследуется накопление горячих ионов при инжекции и установление распределения потенциала вдоль оси, обеспечивающего различие электронных температур вдоль силовых линий.

### Введение

Установка ОГРА-4 представляет собой сверхпроводящий пробкотрон с минимумом  $B$  бейсбольного типа [1]. Эта установка была создана для проведения фундаментальных физических исследований в плазме открытых ловушек. Центральный вопрос исследований состоял в получении плотной ( $\sim 10^{13} \text{ см}^{-3}$ ) плазмы с горячими ионами (энергии  $\sim 20 \text{ кэВ}$ ) и электронами (температура  $\sim 1 \text{ кэВ}$ ). Дело в том, что в большинстве проведенных экспериментов с плотной плазмой в открытых ловушках температура электронов была низка и ограничивала время жизни плазмы. Сложилось мнение, что низкая электронная температура является характерной чертой открытых систем, вызванной хорошим тепловым контактом с торцами. Не менее важен вопрос о стабилизации ионно-циклotronных неустойчивостей в условиях больших ларморовских радиусов ионов и градиентов.

Высокая электронная температура обеспечивалась в нашем эксперименте мощным сверхвысокочастотным (СВЧ) нагревом на частотах электронного циклотронного резонанса (ЭЦР) с использованием гиротронов. Очевидно, что все вопросы, связанные с ЭЦР, попали в поле наших исследований.

Сценарий создания плазмы, как правило, был следующим: быстрый напуск водорода и СВЧ пробой, образование мишенней электронно-горячей плазмы, инжекция нейтральных пучков в мишень. Гиротроны работали все время инжекции. Естественно, что много исследований было посвящено мишенней плазме и ее оптимизации [2–5].

В первой части настоящей работы обсуждаются результаты измерений ионизационного баланса плазмы мишени с учетом экранировки газа. Здесь же приводятся некоторые новые результаты экспериментов. Во второй части исследуется накопление горячих ионов при инжекции и установление распределения потенциала вдоль оси, обеспечивающего различие электронных температур вдоль силовых линий.